

Physikalisches Praktikum für Vorgerückte

Der Photoelektrische Effekt

Mattia Rigotti

12. Februar 2004

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Mit Hilfe des äusseren photoelektrischen Effekts (kurz: Photoeffekt) soll die materialspezifische Austrittsarbeit der beleuchteten Kathode (Kalium) einer Photozelle sowie das Verhältnis h/e (h : Plank'sches Wirkungsquantum, e : Elementarladung des Elektrons) bestimmt werden. Für verschiedene optische Lichtfrequenzen im sichtbaren Spektralbereich wird dazu der Photostrom der Kathode mit Hilfe eines Lock-in Verstärkers gemessen. Die Vorspannung der Anode gegenüber der Kathode wird variiert und der Wert der maximalen Bremsspannung ermittelt, ab der kein Photostrom mehr messbar ist (Gegenfeld-Methode). Mit Hilfe dieser maximalen Bremsspannungen bei verschiedenen optischen Frequenzen kann auf die Austrittsarbeit sowie auf das Verhältnis h/e geschlossen werden.

2 Theorie

2.1 Photoelektronen

Auf der Suche nach einer Quelle für elektromagnetische Wellen untersuchte *Heinrich Hertz* im Jahre 1887 die Entladung zwischen zwei Elektroden. Dabei beobachtete er, dass die Intensität der Entladung anwuchs, wenn er die Kathode mit ultraviolettem Licht bestrahlt. Dieser Effekt legte die Vermutung nahe, dass Metalloberflächen, die mit Licht bestrahlt werden, Elektronen aussenden. Kurze Zeit darauf konnte *W. Hallwachs* und etwas später auch *P. Lenard* Elektronenemission an bestrahlten Oberflächen von Zink, Kalium, Rubidium und Natrium nachweisen.

In einem Metall gibt es viele Elektronen, die sich mehr oder weniger frei durch das Kristallgitter bewegen können. Sie vermögen aber, bei nicht zu hohen Temperaturen, nicht aus dem Metall herauszudringen, weil sie zu wenig Energie haben, um die starken Coulomb-Kräfte an der Oberfläche zu überwinden. Eine Möglichkeit, den Elektronen mehr Energie zu geben, besteht darin, das Metall einfach zu erhitzen. Die Elektronen „dampfen“ dann aus der Oberfläche heraus; sie werden dann Thermoelektronen genannt. Diese Art von Elektronenemission (Thermoemission) tritt in Elektronenröhren auf. Eine zweite Möglichkeit ist die Feldemission. Hier werden durch ein starkes äusseres elektrisches Feld Elektronen aus dem Metall herausgezogen. Die austretenden Feldelektronen können sich durch elektrische Funken in der Luft bemerkbar machen, so z.B. in Zündkerzen.

2.2 Millikans Beobachtungen

Im Jahre 1914 untersuchte *A. Millikan* den photoelektrischen Effekt nochmals mit grösster Sorgfalt. Dazu benutzte er die sogenannte *Gegenfeld-Methode*, die wir auch anwenden werden.

Zur grossen Verwirrung seiner Zeitgenossen konnten seine Beobachtungen aber nicht mit der klassischen Wellentheorie des Lichtes (Elektrodynamik) erklärt werden.

Die Emission von Elektronen wächst zwar an mit der Intensität der auf die Metalloberfläche fallenden Lichtstrahlung; die kinetische Energie der ausgesandten Elektronen erweist sich jedoch als unabhängig davon. Nach der Elektrodynamik wächst die Intensität I mit der Amplitude der Lichtwelle \vec{E} , das heisst mit der elektrischen Kraft $e \cdot \vec{E}$ auf das Elektron. Daher ist zu erwarten, dass auch die kinetische Energie E_{kin} des Photoelektrons mit I anwächst, was vom Experiment nicht bestätigt wird.

Ausserdem wurde eine charakteristische Abhängigkeit der Elektronenemission von der Frequenz der einfallenden Strahlung festgestellt. Man merkte, dass es eine (vom Material abhängige) minimale Lichtfrequenz ν_{min} gab, unter der, keine Photoelektronen erzeugt werden konnten. Auch dieses Phänomen ist im Widerspruch zur klassischen Wellentheorie des Lichtes. Diese fordert nämlich, dass der photoelektrische Effekt bei jeder Frequenz vorkommt, vorausgesetzt dass die Intensität des eingestrahnten Lichtes stark genug ist, um Elektronen aus der Oberfläche „herauszuschlagen“.

Im weiteren sagt die Wellentheorie voraus, dass bei schwacher Lichtstrahlung eine merkbare Zeit verstreichen soll zwischen dem Einschalten der Einstrahlung und dem Moment, wo das Elektron genug Energie absorbiert hat, um das Metall verlassen zu können. Experimentell wurde keine solche Verzögerung festgestellt.

2.3 Die Einstein'sche Gleichung

Dieses Verhalten, das jede klassische Vorhersage widersprach, blieb einige Jahre unerklärt, bis 1905 *Einstein* eine Erklärung des photoelektrischen Effektes vorschlug, die auf der Plank'schen Quantenhypothese beruhte. Das war ein sehr wichtiges Resultat, dem der Beginn der Entwicklung der Quantenmechanik als selbstständige Theorie, und nicht mehr als mathematischer Trick zur Erklärung der Hohlraumstrahlung zu verdanken ist.

Wir wollen uns jetzt mit dieser Erklärung befassen.

Beim Einfall von Licht auf Metalloberflächen werden unter bestimmten Bedingungen Elektronen aus der Metalloberfläche ausgelöst. Die ausgelösten

Elektronen werden eine kinetische Energie haben, die aus der Differenz zwischen der Photonenenergie und der Austrittsarbeit W des Metalls besteht (Einstein'sche Gleichung):

$$E_{kin} = \frac{1}{2}m_e v_e^2 = \hbar\omega - W \quad (1)$$

Wird eine Photozelle mit Licht genügend hoher Frequenz bestrahlt ($\hbar\omega > W$), dann können die Elektronen infolge ihrer kinetischen Energie auch ohne äussere Spannung die Anode erreichen, es fliesst ein Strom I .

Legt man zwischen Anode und Kathode eine Bremsspannung U an, dann verlieren die Elektronen beim Anlaufen gegen das Bremsfeld die Energie $e \cdot U$ (e : Elementarladung). Durch Wahl einer geeigneten Bremsspannung U_{max} kann der Strom auf $I = 0$ abgesenkt werden (Gegenfeld-Methode). In diesem Fall können auch die energiereichsten Elektronen die Anode nicht mehr erreichen und es gilt:

$$e \cdot U_{max}(\nu) = \frac{1}{2}m_e v_{e,max}^2 = h\nu - W \quad (2)$$

wobei $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ die optische Frequenz der Photonen ist.

Dies können wir mittels des Austrittspotentials $\phi = W/e$ umformen:

$$U_{max}(\nu) = \frac{h}{e}\nu - \phi. \quad (3)$$

Dieser lineare Ausdruck ergibt eine Gerade mit Steigung h/e . Der Achsenabschnitt gibt das Metall spezifische Austrittspotential ϕ wieder. Diese Gerade wird üblicherweise als *Millikan'sche Gerade* bezeichnet.

Abbildung 1: *Millikan'sche Gerade mit Steigung h/e und Achsenabschnitt ϕ .*

Wie von Millikan beobachtet, werden Photoelektronen nur emittiert, sofern die Frequenz des Lichtes eine minimale Grenzfrequenz überschreitet. Die Anzahl der emittierten Elektronen ist linear proportional zur Intensität des Lichtes.

3 Die Versuchsanordnung

3.1 Versuchsaufbau

In der vorliegenden Versuchsanordnung wird das Licht einer Quecksilber-Cadmium-Dampflampe spektral zerlegt. Die einzelnen Linien des Spektrums

werden nacheinander auf einer Photokathode gelenkt. Die Elektronen werden herausgeschlagen, sofern die Energie der Photonen grösser als die Austrittsarbeit W ist. Die austretenden Photoelektronen tragen zu einem Photostrom bei, der im Nano- bis Picoampèremeterbereich ist. Durch eine Gegenspannung V , die am Potentiometer des Bedienungsgerätes eingestellt werden kann, werden die aus der Kathode austretenden und mit der kinetischen Energie in Richtung Anode fliegenden Elektronen abgebremst; d.h. mit wachsendem V wird der Photostrom unterdrückt. Wenn schliesslich das elektrische Potential, das die Elektronen zu überwinden haben, grösser wird als ihre kinetische Energie $E_{kin} = h\nu - W$, dann verschwindet der Strom ganz.

Der zu messende Strom ist stark mit Rauschen überlagert, der zum Teil wegen Streulicht der ebenfalls Photoelektronen erzeugt, und zum Teil wegen elektronischen Eigenrauschen anwesend ist.

Um das eigentliche Messsignal zu messen, wird ein sogenannter Lock-in Verstärker (Lock-in Amplifier) mit einem hochverstärkenden Strom-Spannungswandler (Transimpedanzverstärker) benutzt.

Um das Messsignal mit einer fern von Störfrequenzen liegende Frequenz zu modulieren, wird ein „Chopper“ benutzt, der das Licht der Spektrallampe mit einer Frequenz von ca. 150 Hz ein- und ausschaltet. Ein Phototransistor bringt ein so modulierte Strom als Referenzsignal für den Lock-in Verstärker an.

3.2 Die Spektrallampe

Die Spektrallampe, die wir für das Experiment benutzen werden, ist eine mit Quecksilber (Hg) gefüllte Gasentladungslampe. In der folgenden Tabelle sind die sichtbaren Linien gelistet, die wir beobachten werden.

Abbildung 2: *Die im Versuch beobachtbaren Spektrallinien des Cadmiums (Cd) und Quecksilber (Hg).*

4 Durchführung des Experimentes

Für jede der 8 sichtbaren Linien der Tabelle ?? wurde die Lock-in Spannung in Abhängigkeit der Gegenspannung tabelliert. Die Gegenspannung ging von

-1.00 V bis ungefähr +1.00 V, und die Schrittweite zwischen zwei Messungen war von 0.05 V.

Dies ergibt ungefähr 40 Messdaten für die graphische Darstellung jeder Linie.

5 Auswertung

5.1 Messwerte

Wir wollen für jede Spektrallinie die Maximale Bremsspannung U_{max} bestimmen. Dazu wollen wir zunächst von einigen Resultaten der Festkörperphysik ausgehen.

Nach einer vereinfachten Rechnung im Fall einer Photozelle mit planparallelen Platten bekommt man als Strom-Spannungs-Kurve eine Parabel (für $T = 0 K$). Würde man also $\sqrt{|I_{photo}|}$ über der Photozellen-Spannung U auftragen, so würde man eine Gerade bekommen. Von diesem Modell ausgehend kann man vermuten, dass jede Abweichung von der Linearität durch die andere Geometrie gegeben ist. Aus diesem Grund fühlen uns berechtigt, die Werte $\sqrt{|I_{photo}|}$ nichtlinear zu fitten.

Gute Resultate liefert für eine nichtlineare Interpolation eine Potenzfunktion der Form $C - B^{x-A}$, wobei für den Parameter x die Spannung U gesetzt werden muss.

Wenn für jede Linie die Spannung U_{max} bestimmt ist, wird es möglich sein, die Millikan'sche Gerade (s. Abschnitt ??) aufzustellen.

Auf den nächsten Seiten werden die Messungen (Punkte) vorgestellt, zusammen mit das Resultat der nichtlinearen Interpolation (vollgezogene Kurve). Diese wurden dank eines kleinen Programms in Matlab berechnet (s. Anhang). Das benutzte Modell ist die schon erwähnte Potenzfunktion $C - B^{x-A}$. Bei der Interpolation werden nur die ersten Messdaten benutzt, denn die letzten sind wegen Sättigungsphänomene deutlich ungenau. Der letzte interpolierte Punkt, wird mit einem \circ gekennzeichnet; alle andere Punkte, die weiter rechts sind, wurden beim nichtlinearen Fitten nicht berücksichtigt.

Auf den Graphen gibt es zwei weitere gestrichelte Kurven, die aus Interpolationen entstehen, die bis drei Punkte mehr bzw. weniger enthalten. Dies um anzudeuten, dass es ziemlich subjektiv ist zu bestimmen, welche Messdaten interpoliert werden müssen und welche hingegen wegzuwerfen sind. Diese Tatsache wird damit in der Fehlerrechnung in Betracht gezogen.

5.2 Die Millikan'sche Gerade

Bei der Darstellung der Millikan'schen Gerade wird jede maximale Bremsspannung mit seiner Fehlerschranke aufgetragen. Diese Fehlerschranke besteht im Grunde genommen aus dem Fehler, der beim nichtlinearen Fitten dank der beiden gestrichelten Kurven berechnet wird. Zusätzlich muss man berücksichtigen, dass die einzelnen Messwerte unter einer Ungenauigkeit von $\pm 0.001 V$ leiden (Unsicherheit, Schwankungen bei der Lektüre des Multimeters). Es wäre zu kompliziert diese Fehler beim Fitten mitzurechnen. Wir zählen sie also (auf eine ziemlich grobe Weise) dem Endresultat hinzu, indem wir eine zusätzliche Unsicherheit von $20 \times 0.01 V$ (ungefähr 20 Messungen per Linie) zum globalen Fehler addieren.

Abbildung 3: Millikan'sche Gerade aus den ermittelten maximalen Bremsspannungen. Die zwei gestrichelten Geraden geben die extremalen Werte zwischen denen, die exakten Werte liegen sollten. Die Gleichungen dieser gestrichelten Geraden sind gegeben.

5.3 Schlussfolgerungen

Wir fassen unsere Resultate kurz zusammen.

Millikan'sche Gerade $y = A \cdot x + B$:

$$A : 0.0036 \pm 0.0008 [V/THz], \quad B : -1.8349 \pm 0.5640 [V]$$

Die exakte berechnete Kurve hat eine Steigung von:

$$A = \frac{h}{e} = \frac{6.62608 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{1.60218 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb}} = 0.004136 \text{ V/THz}.$$

Fehler:

$$e = \left| \frac{0.004136 - 0.0036}{0.004136} \right| = 13\%.$$

Dieser Fehler ist mit dem (etwas vorsichtigen) Globalen Fehler für die Millikan'sche Gerade gut verträglich.

Für den Austrittspotential finden wir:

$$\phi = -1.8349 \pm 0.5640 \text{ V},$$

was der Austrittsarbeit entspricht:

$$W = e \cdot \phi = -1.8349 \pm 0.564 \text{ eV}.$$

6 Anhang

6.1 Nichtlineares Fitten mit Matlab

Die Idee beim nichtlinearen Fitten ist eine Funktion zu finden, die so nahe wie möglich allen Messpunkten liegt. Wir gehen ausgehend von unserem dreiparametrischen Modell $f(x) = C - B^{x-A}$ wie folgt vor:

- Gegeben Messdaten \vec{x}, \vec{y} Stelle die Summe der Fehler in abhängigkeit von den Parametern $\vec{p} = (A, B, C)$ auf:

$$\chi^2(\vec{p}) = \sum_i (f_i - y_i), \quad \text{wobei } f_i = f(x_i) = C - B^{x_i - A}.$$

- Finde Parameter \vec{p} , die χ^2 minimieren. Dazu setze :

$$\nabla_{\vec{p}} \chi^2 \stackrel{!}{=} 0.$$

Um das Gradient verschwinden zu lassen, wurde eine Fixpunktiteration aufgestellt, die mit einem durch exakten Fitten von drei Punkten ermittelten Startparameter \vec{p} beginnt.

LISTING FR DIE 1. LINIE

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function f=FUN(x,p) %% Modell
p=p'; f=p(3)-p(2).^(x-p(1));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function c=dChiQ(p,x,y) %% Gradient von Chi^2
n = size(x); n = n(1,1); m = size(p); m = m(1,1); d = n - m; p=p';
x=x'; y=y'; c(1)=0; c(2)=0; c(3)=0; for i=1:n
    wQ = 1;%abs(y(i));
    c(1) = c(1) + (2*wQ*(p(3)-p(2)^(x(i)-p(1))-y(i))*(log(p(2)))*p(2)^(x(i)-p(1)));
    c(2) = c(2) + (2*wQ*(p(3)-p(2)^(x(i)-p(1))-y(i))*(p(1)-x(i))*p(2)^(x(i)-p(1)-1));
    c(3) = c(3) + (2*wQ*(p(3)-p(2)^(x(i)-p(1))-y(i)));
end c = c'./d;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function compute1()
data %% Messdaten X, Y1 werden aufgeladen

title('Square root of lock-in signal for Violet line (3.06 eV)')
ct=30; %% Anzahl der Punkten, die zu fitten sind
Y=Y1; xmax = 0.85; axmax = 2; bisStart=0.8; [A,B,C] =
solve('C-B*(-1-A)-0.837=0','C-B*(0-A)-0.568=0','C-B*(0.5-A)-0.292=0');
%% Exaktes fitten von 3 Punkten, um Startpunkt p zu ermitteln
%-----
hold on plot(X,Y,'k.');
```

x=-1:0.05:xmax; p1=double([A(4,1);B(4,1);C(4,1)]);

```

%-----
n=1000; for i=1:n
    p1 = p1 - 0.5*dChiQ(p1,CUT(X,ct),CUT(Y,ct));
    %% Fixpunteriteration
end

y=double(p1(3,1)-p1(2,1).^(x-p1(1,1))); plot(x,y,'r-');
Umax=bisektionp('FUN',p1,bisStart);
%% Bisektionsverfahren, um der Durchschnitt mit der y-Achse zu ermitteln

%-----
%% Dasselbe fuer die Fehlerkurven

p2=double([A(4,1);B(4,1);C(4,1)]);
n=1000;
for i=1:n
    p2 = p2 - 0.5*dChiQ(p2,CUT(X,ct-3),CUT(Y,ct-3));
end
y=double(p2(3,1)-p2(2,1).^(x-p2(1,1)));
plot(x,y,'m:');
plot(X(ct,1),Y(ct,1),'bo');
Uinf = bisektionp('FUN',p2,bisStart);

p3=double([A(4,1);B(4,1);C(4,1)]);
n=1000;
for i=1:n
    p3 = p3 - 0.5*dChiQ(p3,CUT(X,ct+3),CUT(Y,ct+3));
end
y=double(p3(3,1)-p3(2,1).^(x-p3(1,1)));
plot(x,y,'m:');
Usup=bisektionp('FUN',p3,bisStart);

%-----
plot(Umax,0,'r. '); plot(Umax,0,'rs');
plot([-1,axmax],[0,0],'k.');
```

xlabel('Photocell Bias [mV]') ylabel('sqrt(I_{photo})')

```

legend('Measured Values','Model: C-B{x-A}','Error bars','Last
fitting point')
```

```

hold off
disp('-----')
disp(' OUTPUT:')
disp('-----')
disp('d(Chi^2) =')
disp(dChiQ(p1,CUT(X,ct),CUT(Y,ct)))
disp('Chi^2=')
disp(ChiQ(CUT(X,ct),CUT(Y,ct),p1,'FUN'))
p1
p2-p1
p3-p1
sprintf('Umax = %g %g', Umax, max([abs(Usup-Umax);abs(Uinf-Umax)]))
```

7 Literatur

- Marcus Dülk: *Der Photoelektrische Effekt, Anleitung* (September 1998)
- Paul A. Tipler: *Invito alla fisica 3* (Zanichelli, 1991)
- *CRC Handbook of Chemistry and Physics* (CRC press, 75th edition, 1989)
- <http://www.unibas.ch/phys-ap>